

## **Demanda cognitiva en la clase de matemáticas chilena**

Ponce, Llery<sup>1</sup>

Preiss, David<sup>2</sup>

Núñez, Mónica<sup>3</sup>

### **I. Presentación**

En el contexto mundial, los educadores de matemáticas han sostenido de forma convincente, que el desarrollo pleno del entendimiento matemático se despliega en aulas que más que entregar conocimientos de conceptos, sus principios o su estructura, se preocupan de situar a los estudiantes como agentes activos de su aprendizaje (Schoenfeld, 2004).

Así, la literatura existente parece estar de acuerdo que los estudiantes desarrollan de mejor manera sus habilidades matemáticas resolviendo problemas que les planteen situaciones desafiantes, donde tengan que imponer sentido a lo que hacen, tomar decisiones sobre qué hacer y cómo hacerlo e interpretar las soluciones y acciones de su proceso de aprendizaje (Stigler & Hiebert, 2004; Schoenfeld, 2004; Stein, Grover & Henningsen, 1996).

La relevancia de las matemáticas para el desarrollo de las personas y la participación en la sociedad, ha llevado al estado de Chile a enfatizar la importancia de su trabajo en el aula. Sin embargo, a pesar de los esfuerzos desarrollados en torno a mejorar los aprendizajes de los estudiantes, los resultados no han sido los esperados.

De hecho, en las últimas evaluaciones tanto nacionales como internacionales como el SIMCE, el TIMSS o la prueba PISA, los estudiantes muestran un desempeño insuficiente en esta área (MINEDUC, 2008, 2009; Valenzuela, Bellei, Sevilla & Osses, 2009).

Lo anterior se puede explicar considerando que las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes no son creadas simplemente incluyendo la solución de problemas como actividad central de la clase de matemática. Más bien, es el nivel y la clase del pensamiento que los estudiantes necesitan para resolver dichos problemas lo que determinará lo que ellos aprenderán (National Council Teacher of Mathematics [NCTM], 2000).

La investigación en relación a la solución de problema, ha concluido que los problemas matemáticos que demandan mayores procesos de elaboración cognitiva, se relacionan con mayores aprendizajes en habilidades y razonamiento matemático de los estudiantes (Díaz & Poblete 2005; Stigler & Hiebert, 2004; NCTM, 2000; Stein, et al., 1996)

---

<sup>1</sup> Pontificia Universidad Católica de Chile, CEPPE (leponce@uc.cl)

<sup>2</sup> Pontificia Universidad Católica de Chile, CEPPE

<sup>3</sup> Pontificia Universidad Católica de Chile, CEPPE

En este contexto, se hace relevante entonces preguntarse ¿qué tan demandantes, en términos cognitivos, son las clases de matemáticas en nuestro país? y ¿qué caracteriza una clase de matemáticas demandante cognitivamente?

## **II. Marco referencial**

### **1. Problemas matemáticos y Demanda cognitiva**

En términos generales, los problemas matemáticos pueden ser definidos como acontecimientos que contienen una petición de explicitación de alguna información desconocida, que puede ser determinada aplicando una operación matemática (Hiebert, et al., 2003)

Sin embargo, es posible encontrar en la literatura algunas distinciones en relación al concepto de problema matemático, las que han permitido distinguir fundamentalmente dos categorías. La primera, concibe el problema matemático como una tarea que busca una solución, la que es obtenida a través de la aplicación de algoritmos simples, conocidos y ejercitados en múltiples tareas similares.

Una segunda categoría, describe los problemas matemáticos como tareas fundamentalmente problematizadoras, que provee a los estudiantes la oportunidad de transitar por múltiples caminos y tipos de pensamiento para el desarrollo de ellos (Kroll & Miller, 1993; Stein, et al., 2000; Stein, et al., 1996).

Esta distinción en relación a los problemas matemáticos, establece que estos pueden variar en relación a su complejidad o demanda. Siendo los segundos los que presentan una mayor demanda cognitiva, al constituirse como un eje para la aplicación y desarrollo de un tipo de pensamiento más complejo y no sólo como un ejercicio rutinario de operaciones matemáticas.

La demanda cognitiva es definida por Stein, et al., (1996) como los tipos de procesos cognitivos que están implicados en la solución de un problema matemático, tanto en su primera fase de comprensión de la tarea, así como en su etapa de realización. Pudiendo extenderse desde la memorización, el uso de procedimientos y algoritmos simples; al empleo de complejas estrategias de pensamiento y razonamiento propias de un “pensamiento matemático”.

En este contexto, la literatura manifiesta la existencia de una relación entre el nivel de demanda cognitiva de las tareas o problemas matemáticos y el desarrollo de habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes. De hecho, una investigación dirigida por Díaz & Poblete (2005) muestra que la capacitación de profesores en estrategias didácticas para el

desarrollo de problemas matemáticos más complejos en el nivel de 8° básico, incrementa significativamente los resultados en pruebas nacionales de medición en Chile.

Así mismo, Stein & Lane (1996) investigaron la relación entre tareas matemáticas y desarrollo de la capacidad de los estudiantes para pensar y razonar en esta área, estableciendo que las tareas de alta demanda cognitiva, se relaciona con mayores índices de aprendizaje de los estudiantes y que a la inversa, tareas que se enfocan en niveles inferiores de demanda cognitiva se asocia con menores índices de aprendizaje de los alumnos.

En nuestro país, el trabajo de problemas matemáticos en el aula se ha enfatizado explícitamente en su Marco Curricular. Exponiendo que estos “se constituyen como el eje central de la actividad matemática y por tanto deben ocupar un lugar relevante en el trabajo de subsector” (MINEDUC, 2002, p 86).

Sin embargo, la evidencia nos permite reconocer que, si bien la solución de problemas matemáticos es una herramienta utilizada en el trabajo de la disciplina en Chile, el énfasis de este trabajo se encuentra mayoritariamente en la adquisición de conceptos y la práctica reiterativa de procedimientos (Preiss, 2010).

Junto a lo anterior, otras investigaciones de las clases de matemáticas en Chile, han mostrado la poca eficacia de en la utilización del tiempo de permanencia en el colegio (Valenzuela, et. al., 2009) y una escasa estructura de clase que favorezca el razonamiento matemático (Manzi, 2007).

En este contexto, se hace necesario profundizar en el estudio de las características de los problemas matemáticos demandante cognitivamente, a fin de reflexionar sobre la importancia de su trabajo y sus implicancias para la educación matemática.

### **III. Procedimiento**

#### **Objetivos e hipótesis**

Analizar y valorar la complejidad, como forma de manifestación de la demanda cognitiva, en los problemas matemáticos del segundo ciclo básico. En particular, se espera describir las distintas trayectorias de las clases de matemáticas, caracterizando los segmentos dedicados al trabajo matemático a partir de factores que se relacionan con la demanda cognitiva.

Considerando los antecedentes presentados en relación al desarrollo de problemas matemáticos demandantes y las características de las clases de matemáticas en Chile. Se espera encontrar principalmente clases que plantean problemas de baja demanda cognitiva. Más

específicamente, esperamos que en las clases de matemáticas en Chile, se dedique escaso tiempo al trabajo matemático complejo y mayoritariamente se centre en el trabajo de problemas matemáticos simples.

### **Participantes y recolección de datos**

Se seleccionaron aleatoriamente 21 videos de profesores que integraron el proceso de evaluación docente durante el año 2005 y que consintieron en que sus clases filmadas fueran utilizadas para fines de investigación. Los profesores participantes trabajan en colegios públicos de Chile y las clases filmadas corresponden al segundo ciclo básico en el sub-sector de matemáticas.

En cada lección, dos codificadores capacitados analizaron y diferenciaron los segmentos dedicados al trabajo matemático. A cada uno de estos segmentos se le asignaron 41 decisiones de codificación, obteniendo una confiabilidad promedio para la clase completa de un 0,69.

Para cada desacuerdo, un tercer juez dirimió en relación al código más apropiado para el segmento y se obtuvo una versión final de la clase, la que se utilizó para esta investigación.

La codificación de los videos se realizó utilizando el software The Observer, diseñado para el análisis de videos y que permite obtener una alta precisión en los tiempos de cada observación.

### **Esquema de códigos**

En la construcción del esquema de códigos para la observación de la complejidad matemática, se incorporaron siete categorías. Las cuales incluyeron: momentos dedicados a la solución de problemas, número de problemas en un segmento de trabajo, complejidad procesual de la operatoria, tipo de contexto de la información, representación de la información, discusión de resultados y recursos utilizados en la clase.

Estos códigos, se ajustaron del estudio de video del TIMSS (Hiebert, et al., 2003), seleccionando aquellos factores más relevantes para el contexto de Chile y los fines investigativos.

## **III. Principales Resultados**

### **1. Tiempo dedicado al trabajo matemático**

Las 21 clases codificadas para esta investigación tuvieron una duración promedio de 2437,62 segundos (DS 62,60). Con un mínimo de 2270 segundos y un máximo de 2565 segundos.

El tiempo efectivo total de trabajo en matemáticas, el que considera segmentos centrados en el profesor y segmentos centrados en los estudiantes, tiene una duración promedio de 1491,19 segundos (DS 653,83). Es decir, alrededor de 25 minutos.

El tiempo total de clases sin trabajo matemático tiene una duración promedio de 946,43 segundos (DS 652,36).

**Tabla 1. Tiempo dedicado al trabajo matemático (a)**

Actividad	Duración clase			
	Mínimo	Máximo	Media	DS
Trabajo matemático	0,00	2156	1491,19	653,83
Sin trabajo matemático	279	2447	946,43	652,36

N=21

(a) Las variables son medidas en segundos

## 2. Segmentos dentro de la clase

Dentro de los segmentos de la clase, podemos observar que el que presenta la menor frecuencia, es el trabajo liderado por el profesor ( $\bar{X}$  1,24; DS 1,14), con una duración promedio de 223,48 segundos (DS 209,74).

El segmento de trabajo en el que el desarrollo de problemas matemáticos se centra en los estudiantes, expresa una presencia promedio de 1,71 (DS 1,15) con una media de duración de 1267,71 (DS 584,36).

Los segmentos más recurrentes en las clases observadas son los segmentos sin trabajo matemático con una presencia de 3,24 segmentos en promedio (DS 1,51).

**Tabla 2. Segmentos dentro de la clase (a)**

Actividad	Duración total segmento		Número de segmentos		Media por segmento	
	Media	DS	Media	DS	Media	DS
Segmento centrado en el profesor	223,48	209,74	1,24	1,14	146,05	150,53
Segmento centrado en el estudiante	1267,71	584,36	1,71	1,15	878,95	619,67
Segmento sin trabajo matemático	946,43	652,36	3,24	1,51	463,52	672,76

N=21

(a) Las variables son medidas en segundos

### 3. Complejidad de los segmentos de trabajo de profesores y estudiantes

La Tabla 3, muestra que en el espacio de trabajo dirigido por los profesores se plantean en promedio 1,05 segmentos de trabajo, donde los problemas requieren un algoritmo matemático para su solución (DS 0,97), con una duración media de 184,33 segundos (DS 192,82).

En contraste, podemos notar que los estudiantes trabajan en promedio 1,33 segmentos de problemas (DS 1,2), con estas características. Estos problemas tienen una duración media de alrededor de 17 minutos ( $\bar{X}$  1038,33; DS 760,95).

Así mismo, observamos que la presencia de segmentos de trabajo que requieren el desarrollo de una serie de resultados relacionados para obtener una solución final, es escasa ( $\bar{X}$  0,29; DS 0,56) y los existentes no superan el minuto de trabajo ( $\bar{X}$  54,71; DS 124,79).

Por otro lado, la dependencia de los resultados en los segmentos de trabajo centrado en los estudiantes es de 0.57 en promedio (DS 0,60), con una media de tiempo de trabajo de casi 10 minutos ( $\bar{X}$  586,24; DS 712,05).

Finalmente, los segmentos de trabajo liderados por el docente que cuentan con un enunciado verbal basado en un contexto de vida real, tiene una frecuencia de 0,76 (DS 0,83). Promediando un tiempo de duración de alrededor de 2,5 minutos ( $\bar{X}$  160,48; DS 196,47).

En contraste, los segmentos de estas características en el trabajo centrados en los estudiantes tienen una frecuencia promedio de 0,95 (DS 0,86). Con una media de duración de poco más de 14 minutos ( $\bar{X}$  853,1; DS 718,97).

**Tabla 3. Complejidad en los segmentos de trabajo (a)**

	Actividad	Duración		Número de segmentos		Media por segmento	
		Media	DS	Media	DS	Media	DS
Profesor	Procedimiento basado en algoritmos	184,33	192,82	1,05	0,97	132,8	152,1
	Dependencia entre los resultados	54,71	124,79	0,29	0,56	42,86	86,38
	Problemas situados en contexto	160,48	196,47	0,76	0,83	128	163,52
Estudiante	Procedimiento basado en algoritmos	1038,33	760,95	1,33	1,2	711,57	673,2
	Dependencia entre los resultados	586,24	712,05	0,57	0,60	545	666,03
	Problemas situados en contexto	853,1	718,97	0,95	0,86	730,62	680,1

N=21

(a) Las variables son medidas en segundos

#### **4. Discusión**

Los datos preliminares exhibidos con anterioridad, nos permite dar cuenta que el trabajo matemático presentado en las clases chilenas, si bien domina gran parte de la duración de ésta, muestra escasa presencia de factores relacionadas con la complejidad.

Dentro de estos, el que manifiesta mayor presencia y duración en los espacios de trabajo, es el relacionado con la utilización de un procedimiento basado en algoritmos para la solución de un problema matemático.

Esto es relevante, en la medida que este procedimiento implica acciones y tipos de razonamiento específicos, lo que permite abordar los pasos que requiere el tratamiento de un problema y dominar las habilidades de comprensión y solución de las distintas tareas matemáticas.

Sin embargo, cuando en las clases se trabajan únicamente este tipo de procedimientos, se corre el riesgo de transmitir a los estudiantes que las matemáticas es sólo el ejercicio de destrezas operatorias. Negando la oportunidad de que estos atribuyan significado a estas operaciones y transfieran estos conocimientos a otras situaciones.

En síntesis, el desarrollo de la presente investigación, releva la importancia de la comprensión de las características y el tipo de trabajo matemático que se ejecuta en las aulas de nuestro país.

Lo anterior, se hace fundamental en un contexto donde la enseñanza parece haber incorporado el trabajo en problemas matemáticos como actividad central de la clase. Pero que, sin embargo, ha tenido pocos avances en la utilización de dichos problemas como ejes del desarrollo de un pensamiento matemático complejo.

La investigación que enfatiza los procesos internos de las aulas y mira las relaciones entre las características de la instrucción y los aprendizajes de los estudiantes, puede ser una herramienta que entregue pistas para diseñar avances en los aspectos deficientes.

#### **Referencias**

- Díaz, V. & Poblete, A. (2005) Mejoramientos de competencia en profesores de matemática: una forma de consolidar el aprendizaje escolar en sectores vulnerables de Chile. *Boletín de investigación educativa*, 20 (2), 305-327.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., Chui, A. M. Y., Wearne, D., Smith, M., Kersting, N., Manaster, A., Tseng, E., Etterbeek, W., Manaster, C., Gonzales, P., & Stigler, J. W. (2003). Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 video study (NCES 2003-013). Washington, DC: U.S. Department of Education.

- Kroll, D. L. & Miller, T. (1993). Insights from research on mathematical problem solving in the middle grades. En D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 58-77). New York: Macmillan Publishing Company.
- Manzi, J. (2007). Evaluación Docente: Antecedentes, resultados y proyecciones [Versión electrónica]. Seminario Evaluación Docente en Chile: Fundamentos, experiencias y resultados. Obtenido el 10 de Enero, 2010 de <http://mideuc.cl/seminario/presentaciones.html>
- Ministerio de Educación Chile (2002). Marco Curricular para la Educación Básica. Santiago, Chile.
- Ministerio de Educación, Chile (2004). Chile y el aprendizaje de matemáticas y ciencias según TIMSS. Resultados de los estudiantes chilenos de 8° básico en el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias 2003.
- Ministerio de Educación Chile (2008). Resultados Simce. Extraído el 10 de Junio, 2010 de <http://www.simce.cl/index.php>  
<http://www.simce.cl/index.php?id=122>
- National Council of Teachers of Mathematics (2000) *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston: VA.
- Preiss, D. (2010) Folk Pedagogy and Cultural Markers in Teaching: Three Illustrations from Chile. In Preiss, D.D., & Sternberg, R.J. Eds. *Innovations in educational psychology: Perspectives on Learning, Teaching, and Human Development* (ps. 325-356). New York: Springer Publishing Company.
- Schoenfeld, A. (2004). The math wars. *Educational policy* 18 (1), 253-286.
- Stein, M., Grover, B. & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33, 455-488.
- Stein, M., Smith, M., Henningsen, M. & Silver, E. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.
- Stein, M. & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2(1), 50-80.
- Stigler, J. & Hiebert, J. (2004). Improving Mathematics Teaching. *Educational leadership*, 61 (5), 12-17.
- Valenzuela, J., Bellei, C., Sevilla, A., & Osses, A. (2009). ¿Qué explica las diferencias de resultados PISA Matemática entre Chile y algunos países de la OCDE y América Latina? In L. Cariola, G. Cares & E. Lagos (Eds.), *¿Qué nos dice PISA sobre la educación de los jóvenes en Chile?* (pp. 105-148). Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación.